Raziskava k-metrične dimenzije grafov

**Problem k-metrične dimenzije (za vozlišča)**

K-metrična dimenzija je pomemben koncept v teoriji grafov. Za razliko od standardne metrične dimenzije ta zahteva, da vsak par vozlišč reši vsaj k vozlišč. Označimo jo kot dimk(G) in se definira kot velikost najmanjše množice S ⊆ V(G), ki reši graf G in ji rečemo k-rešljiva množica.

To je pomembno nadaljevanje standardne metrične dimenzije, pri čemer je k = 1. Naš cilj je najti množico S minimalne velikosti, ki zadostuje tej zahtevi za dani graf G.

**Načrt reševanja problema**

Za rešitev problema k-metrične dimenzije bomo uporabili celoštevilski linearni program (CLP), ki smo ga spoznali pri operacijskih raziskavah in se pogosto uporablja za iskanje optimalnih rešitev na področju teorije grafov.

Tukaj je načrt za nadaljnje delo:

1. Uporabili bomo CLP za modeliranje problema:

- Za vsako vozlišče x v grafu G in za vsak par vozlišč (u,v) v grafu G bomo definirali binarne spremenljivke: povedale nam bodo, ali določeno vozlišče reši dani par vozlišč (xuv je 1, če reši par (u,v) in 0 sicer)

- Naš cilj bo minimizacija vsote teh spremenljivk.

Pri tem moramo upoštevati, da vsaj k vozlišč (izmed tistih, katerih pripadajoče spremenljivke bodo imele vrednost 1) reši vsak par vozlišč v grafu. Pri minimalni vsoti bomo iz vrednosti spremenljivk tudi dobili k-rešljivo množico.

2. Kako bomo oblikovali omejitve:

- Postavili bomo omejitve, ki zahtevajo, da se vsak par vozlišč x in y v grafu G rešita z vsaj k vozlišči

- To bomo dosegli z uporabo ustreznih linearnih omejitev

3. Izvajanje poskusov in pridobitev formul za različne vrste grafov

- Ko bo CLP pripravljen, bomo začeli eksperimentirati. S pomočjo poskusov želimo priti do naslednjih formul/lastnosti:

a) k-metrična dimenzija za kartezični produkt ciklov Ca ⨯ Cb,

b) k-metrična dimenzija za kartezični produkt poti Pa ⨯ Pb ⨯ Pc,

c) k-metrična dimenzija hiperkocke

d) Največja velikost k-metrične dimenzije grafa (drevesa) z n vozlišči

Za majhne grafe bomo uporabili sistematično iskanje, za večje pa stohastično iskanje. Ko bodo rezultati zadovoljivi, jih bomo dokumentirali.